

## Helburuak

Hamabostaldi honetan, hau ikasiko duzu:

- Zenbaki bat beste baten multiploa den esaten.
- Zenbaki baten zatitzaile guztiak topatzen.
- Zenbaki lehena den bereizten.
- Zenbaki bat bere faktore lehenetan deskonposatzen.
- Hainbat zenbakiren multiplo komunetako txikiena topatzen.
- Hainbat zenbakiren zatitzaile komunetako handiena topatzen.
- Ikasitakoa aplikatuz problema errazak ebazten.

Hasi baino lehen

1. Multiploak eta zatitzaileak..... 22. orr.  
Zenbaki baten multiploak  
Zatiketa zehatza  
Zenbaki baten zatitzaileak  
Zatigarritasun-irizpideak
2. Zenbaki lehenak..... 24. orr.  
Zenbaki lehenak eta konposatuak  
Nola lortu zenbaki lehenak  
Deskonposizio faktoriala
3. m.k.t. eta z.k.h. .... 26. orr.  
Multiplo komunetako txikiena  
Nola lortu m.k.t.  
Zatitzaile komunetako handiena  
Nola lortu z.k.h.
4. Aplikazioak ..... 27. orr.  
Problemak: multiplo eta zatitzaileak

Praktikatzeko ariketak

Gehiago jakiteko

Laburpena

Autoebaluazioa

Tutoreari bidaltzeko jarduerak



## Hasi baino lehen



Zenbaki-dantza batean bilakatzen da goiko irudiko zenbaki-jauzia: zentrora ailegatzen direnean, mugimendu zirkular bat hasten dute zenbakiok. Zenbaki bakoitzak duen balioaren arabera, ziklo bat osatzerakoan, multiplo batekin egingo du topo. Horren arabera, lau zenbaki mota bereiz ditzakegu:

- 0 zenbakia: inguruko zenbakiei erreparatu gabe, ibilbide zuzena jarraitzen du, eta desagertu egiten da.
- 1 zenbakia: jaisten diren zenbaki guztiengan du eragina.
- Zentrora ailegatzerakoan, 1 zenbakiarekin bakarrik bat egiten dutenak. Ezkerretara biratzen dute zenbaki hauek. Zenbaki lehenak dira.
- Zentrora ailegatzerakoan, 1 zenbakiarekin bat egiteaz gain, beste zenbaki batzuekin ere egiten dute bat. Ezkerretara biratzen dute zenbaki hauek. Zenbaki konposatuak dira.

# Multiploak eta zatitzaileak

## 1. Multiploak eta zatitzaileak

### Zenbaki baten multiploak

Zenbaki arrunt baten multiploak dira beste zenbaki arrunt batzuk, zenbaki hori beste zenbaki arruntekin biderkatutakoan lortzen direnak.

Zenbaki bat beste baten **multiploa** dela esaten dugu, zenbaki hori kopuru oso bat aldiz hartzen badu.

- 0 zenbakiak multiplo bakarra du, 0a bera. Beste zenbaki arrunt guztiek infinitu multiplo dituzte.
- 0 zenbakia zenbaki guztien multiploa da.
- Zenbaki guztiak dira 1en multiploak.

7ren lehenengo 50 multiploak:

0	7	14	21	28
35	42	49	56	63
70	77	84	91	98
105	112	119	126	133
140	147	154	161	168
175	182	189	196	203
210	217	224	231	238
245	252	259	266	273
280	287	294	301	308
315	322	329	336	343

### Zenbaki arrunten arteko zatiketa zehatza

Zenbaki arrunt bi zatitzean, gerta daiteke hondarra 0 izatea; zatikizuna zatitzailearen **multiploa** delako gertatzen da hori. Horrelakoetan, zatiketa zehatza dela esaten da.

Hondarra 0 ez denean, zatiketa ez da zehatza; zatikizuna ez da zatitzailearen multiploa. Zatiketa zehatza da hondarra 0 duen zatiketa.

$$\begin{array}{r|l} 42 & 7 \\ \hline 0 & 6 \end{array}$$

Zatiketa zehatza: 42 da 7ren multiploa

Zatiketa ez da zehatza: 39 ez da 8ren multiploa

$$\begin{array}{r|l} 39 & 8 \\ \hline 7 & 4 \end{array}$$

### Zenbaki baten zatitzaileak

Batzuetan, zenbaki arrunt bat beste zenbaki arrunt batzuekin zatitzean, hondarra 0 izaten da. Orduan, esaten da zenbaki arrunt horiek lehen zenbakiaren zatitzaileak direla.

Zatitzaile izatea multiplo izatearen alderantzizkoa da. Esaterako: 9 zenbakia 3ren multiploa denez, 9ren zatitzailea da 3.

Zenbaki arrunt baten **zatitzaileak** zatitu dezakete zenbaki hori; zatiketa zehatza da.

Zenbaki bakoitzak zatitzaile kopuru finko bat du. Eskuinean dituzu adibide batzuk.

- 0ak bakarrik ditu infinitu zatitzaile, zenbaki guztiak baitira 0ren zatitzaileak. 1 zenbakiak zatitzaile bakarra du. Zenbaki bereziak dira 0 eta 1 zenbakiak.

60ren zatitzaileak:

1	2	3	4
5	6	10	12
15	20	30	60

12 zatitzaile ditu.

24ren zatitzaileak:

1	2	3	4
6	8	12	24

8 zatitzaile ditu.

73ren zatitzaileak:

1	73
---	----

Bi zatitzaile ditu: 1 eta zenbakia bera.

## 1650 zenbakia

- Azken zifra 0 da, **2**ren multiploa da.
- Zifren batura:  $1+6+5+0=12$ , **3**ren multiploa da.
- Azken zifra 0 da; **5**en multiploa da.
- También es múltiplo de **10**
- $1+5=6$ ,  $6+0=6$ , y  $6-6=0$
- **11**ren multiploa da.

## 49275 zenbakia

- $4+9+2+7+5=27$ , **3**ren eta **9**ren multiploa da.
- Azken zifra 5 da, **5**en multiploa da.

## Zatigarritasun-irizpideak

Zenbaki bat beste batekin zatitu daitekeen ala ez, erraz jakin dezakegu zatiketarik egin gabe. Hona erregela batzuk:

- 2ren multiploen azken zifra 0, 2, 4, 6 edo 8 da.
- 3ren multiploetan, zenbakiaren zifren batura ere 3ren multiploa da.
- 5en multiploen azken zifra 0 edo 5 da.
- 9ren multiploetan, zenbakiaren zifren batura ere 9ren multiploa da.
- 10en multiploen azken zifra 0 da.
- 11ren multiploetan, honela jokatu dugu: batetik, posizio bikoitietan dauden zifrak batzen ditugu, eta, bestetik, posizio bakoitietan daudenak; gero, batura bi horien arteko kenketa egingo dugu. 11ren multiplo bat lortzen dugu (edo 0), zenbakia 11ren multiploa da; bestela, ez.

## ARIKETA ebatziak

1. Zenbaki hauetatik, zeintzuk dira 6ren multiploak?

33, 54, 9, 88, 68, 6, 89, 53, 73, 77, 42, 3.

Erantzuna: 54, 6 eta 42 dira multiploak.

33, 9, 88, 68, 89, 53, 73, 77, eta 3 ez dira multiploak.

2. Bilatu 36ren 9 zatitzaileak.

Erantzuna: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18 eta 36.

3. Zenbaki hauetatik, zeintzuk dira 48ren zatitzaileak?

4, 7, 6, 35, 10, 8, 24, 1, 3, 17, 21, 12.

Erantzuna: 4, 6, 8, 24, 1, 3, 12 dira zatitzaileak.

7, 35, 10, 17, 21 ez dira zatitzaileak.

4. 74652 zenbakia 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10 edo 11 zenbakiekin zatitu daiteke?

Erantzuna 2, 3, 4, eta 6rekin zatitu daiteke.

5, 8, 9, 10 eta 11rekin ezin daiteke zatitu.

# Multiploak eta zatitzaileak

## 2. Zenbaki lehenak eta konposatuak

### Zenbaki lehenak eta konposatuak

Zenbakiak zenbat zatitzaile dituzten aztertzean, hau ikus dezakegu:

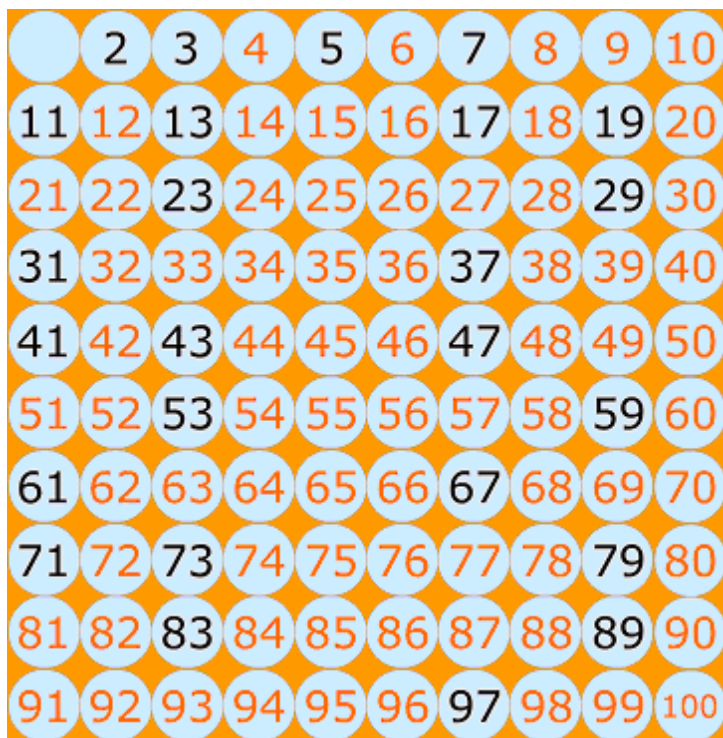
1 zenbakiak baino ez dauka zatitzaile bakarra; hori dela eta, oso zenbaki berezia da. 0 zenbakiak infinitu zatitzaile ditu, zenbaki guztiak baitira 0ren zatitzaileak. 0 ere zenbaki berezia da. Beste zenbakiekin gauza bi gerta daitezke: 2 zatitzaile bakarrik izatea (1 eta zenbakia bera), 2 baino gehiago izatea.

- Zenbaki **lehenak** dira bi zatitzaile baino ez dituztenak: zenbakia bera eta 1.
- Zenbaki **konposatuak** dira bi zatitzaile baino gehiago dituzten zenbakiak. Konposatuak dira ohikoak.

### Nola lortu zenbaki lehenak

Ez dago modu zuzenik zenbaki lehen guztiak sistematikoki lortzeko.

Zenbaki bat lehen dela baieztatzeko, frogatu behar dugu ez dela bera baino txikiagoak diren zenbaki lehenen multiploa; praktikan, nahikoa da zenbakiaren erro karratua baino txikiagoak direnekin bakarrik probatzea.



**601** lehen da.

**602** konposatua da, 2rekin zatitu daiteke.

**603** konposatua da, 3 rekin zatitu daiteke.

**604** konposatua da, 2rekin zatitu daiteke.

**605** konposatua da, 5rekin zatitu daiteke.

**606** konposatua da, 2rekin eta 3rekin zatitu daiteke.

**607** lehen da.

**608** konposatua da, 2rekin zatitu daiteke.

**609** konposatua da, 3rekin zatitu daiteke.

**610** konposatua da, 2rekin, 5ekin eta 10ekin zatitu daiteke.

**611** konposatua da, 13rekin zatitu daiteke.

Lehenengo zenbaki lehenak lortzeko prozedura bat **Eratostenes-en bahea** da.

2tik aurrerako zenbaki arruntak jartzen dira.

- a) 2 zenbakiarekin hasiko gara: lehen denez, utzi egingo dugu; 2 horretatik hasita, binaka zenbatuko dugu, eta zenbaki bikoiti guztiak kenduko ditugu.
- b) Geratzen zaigun lehenengo zenbakia 3 da: utziko dugu, eta 3 zenbakitik hasita 3ren multiploak diren zenbakiak kenduko ditugu.
- c) Ezabatu gabe geratzen zaizkigun zenbakietan lehenengo 5 da: utziko dugu, eta 5 zenbakitik hasita 5en multiplo diren zenbakiak kenduko ditugu.
- d) Horrela eman behar ditugu pauso guztiak: ezabatu ez dugun zenbaki bat aurkitzen dugunean, zenbaki hori utzi, eta hortik aurrera zenbaki horren multiploak direnak kenduko ditugu. Azkenean, zenbaki lehenak baino ez ditugu izango ezabatu gabe.

## 220ren deskonposizio faktoriala

220 zenbakia 2rekin zatitu daiteke  
 $220:2 = 110$                        $220=2 \cdot 110$   
1100 zenbakia 2rekin zatitu daiteke  
 $110:2 = 55$                           $220=2 \cdot 2 \cdot 55$   
55 zenbakia 5ekin zatitu daiteke  
 $55:5=11$                               $220=2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 11$   
11 zenbakia 11rekin zatitu daiteke  
 $11:11=1$                              $220=2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 1$

Beraz:

$$\begin{array}{r|l} 220 & 2 \\ 220:2 \rightarrow 110 & 2 \\ 110:2 \rightarrow 55 & 5 \\ 55:5 \rightarrow 11 & 11 \\ 11:11 \rightarrow 1 & \end{array}$$

$$220=2^2 \cdot 5 \cdot 11$$

## Zenbaki baten deskonposizio faktoriala

Zenbaki bat faktoreetan deskonposatzea da faktore lehenen biderketa modura adieraztea. Honela egiten da:

- Zatitzaile duen lehenengo zenbaki lehenarekin zatituko dugu.
- Lortutako zatidura, zenbakiaren azpian ipiniko dugu.
- Ahal den beste aldiz, lehenengo zenbaki lehen berarekin zatituko dugu.
- Zenbaki lehen horrekin gehiago zatitu ezin denean, posible den hurrengo zenbaki lehenarekin zatituko dugu zatidura.
- Horrela jarraituko dugu zatidura 1 izan arte.
- Bukatzeko, zenbakia faktore lehenen berreketen biderketa modura adieraziko dugu.

## ARIKETA ebatziak

5. Adierazi beheko zenbakiak lehenak edo konposatuak diren.

76, 51, 23, 60, 72, 47, 36, 64, 21, 30, 53, 49.

Erantzuna 23, 47 eta 53 lehenak dira.

76, 51, 60, 72, 36, 64, 21, 30 eta 49 konposatuak dira.

6. Deskonpostau faktore lehenetan 31164 zenbakia.

Erantzuna:  $31164 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7^2 \cdot 53$ .

7. Kalkulatu 6 eta 8 zenbakien multiplo komunetako txikiena.

Deskonposatuz:  $6 = 2 \cdot 3$

$$8 = 2^3$$

Erantzuna: m.k.t.(6, 8) = 24

8. Kalkulatu 15, 9 eta 10 zenbakien multiplo komunetako txikiena.

Deskonposatuz:  $15 = 3 \cdot 5$

$$9 = 3^2$$

$$10 = 2 \cdot 5$$

Erantzuna: m.k.t.(15, 9, 10) =  $2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 90$

# Multiploak eta zatitzaileak

## 3. m.k.t. eta z.k.h.

### Multiplo komunetako txikiena

Bi zenbakiren edo gehiagoren multiplo komunetako txikiena multiplo komunaren arteko txikiena da, 0 kontuan hartu gabe.

Honela adierazten da: m.k.t. (a, b, c, ...)

- ADIBIDEA: 12ren eta 30en m.k.t.

12ren multiploak → 12, 24, 36, 48, **60**, 72, 96, 108, 120, ...

30en multiploak → 30, **60**, 90, 120, 150, 180, 210, ...

Zenbaki gehiago daude 12 eta 30 zenbakien multiplo direnak, baina txikiena 60 da.

$$\text{m.k.t.}(12,30) = \mathbf{60}$$

### Zatitzaile komunetako handiena

Bi zenbakiren edo gehiagoren zatitzaile komunetako handiena zenbaki horien guztien zatitzailearik handiena da.

Honela adierazten da: z.k.h. (a, b, c, ...)

- ADIBIDEA: 12ren eta 30en z.k.h.

12ren zatitzaileak → 1, 2, 3, 4, **6**, 12

30en zatitzaileak → 1, 2, 3, 5, **6**, 10, 15, 30

1, 2, 3 eta 6 dira 12ren eta 30en zatitzaileak; handiena 6 da.

$$\text{z.k.h.}(12,30) = \mathbf{6}$$

### Nola kalkulatu m.k.t. eta z.k.h.

Faktore lehenetan deskonposatuko ditugu zenbakiak:

$$\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$12 = 2^2 \cdot 3 \quad 30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$\text{m.k.t.}(12,30) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$$

$$\text{z.k.h.}(12,30) = 2 \cdot 3 = 6$$

- Bi zenbakiren edo gehiagoren **m.k.t.** lortzeko, faktore **komunak eta ez-komunak**, bakoitzaren berretzaierik **handienera** jaso, eta beren artean biderkatuko ditugu.
- Bi zenbakiren edo gehiagoren **z.k.h.** lortzeko, faktore **komunak** bakarrik hartu, eta bakoitzaren berretzaile txikienera jaso, eta beren artean biderkatuko ditugu.

Komunean zatitzaierik ez duten zenbakiak (1 izan ezik) "beraien artean lehenak" direla esaten da. Adibidez: 72 eta 55, 8 eta 9, 15 eta 16.

## ARIKETA ebatziak

9. Kalkulatu 64ren eta 100en z.k.h.

Deskonposatuz:

$$64 = 2^6$$

$$100 = 2^2 \cdot 5^2$$

Erantzuna  $\text{z.k.h.}(64, 100) = 2^2 = 4$

10. Kalkulatu 15en eta 18ren m.k.t. eta z.k.h.; ondoren, biderkatu itzazu balio biak. Egin biderketa hau:  $15 \cdot 18$ ; zer esan dezakezu?

Erantzuna:  $\text{z.k.h.}(15, 18) = 3$

$$\text{m.k.t.}(15, 18) = 90$$

$$\text{Biderketa} = 18 \cdot 15 = 270$$

$$\text{m.k.t. bider z.k.h.} = 3 \cdot 90 = 270$$

11. 8 eta 21 zenbakiak ez dute zatitzaile komunik, lehenak dira beraien artean. Kalkulatu beraien m.k.t.

Erantzuna: Faktore komunik ez badute, 1 da beraien z.k.h.

Beraz,  $\text{m.k.t.} = 8 \cdot 21 = 168$

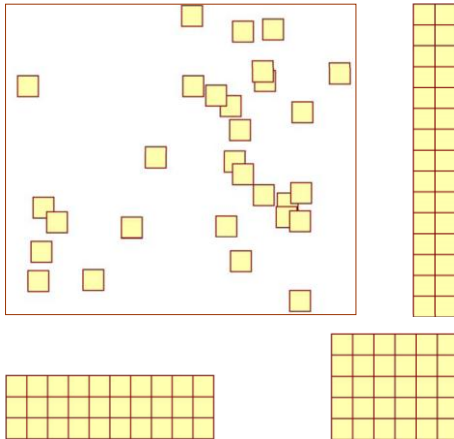
12. Bilatu bi zenbaki beraien artean lehenak direnak eta biderkatuz 72 lortzen dena.

Erantzuna: Faktore komunik ez badute, z.k.h. 1 da.

Beraz,  $\text{m.k.t.} = 8 \cdot 9 = 72$



## 4. Problemak



1) Mineral bilduma bat dut, horietako bakoitza kutxa karratu batean gordeta, kutxa guztiak berdinak direlarik. Kutxa horiek laukizuzen bat osatuz ipini nahi ditut erakusketa batean. Zenbat eratan egin dezaket? Zein da karratu bati gehien hurbiltzen zaion aukera?

✓ 30en zatitzaileak: 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15 eta 30

Laukizuzenak osatuz, honela jar ditzaket laukitxoak:

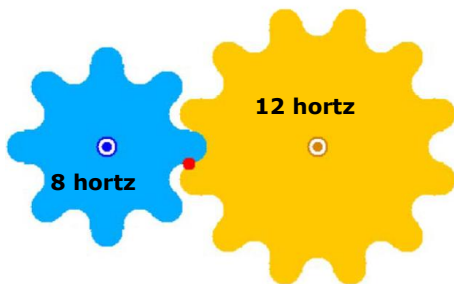
1x30 edo 30x1

2x15 edo 15x2

3x10 edo 10x3

5x6 edo 6x5 Azken bi hauek hurbiltzen dira gehien "karratu" itxurara.

2) Honako horzdun gurpil hauek engranaje bat osatzen dute. Kalkulatu gurpil bakoitzeko zenbat hortz igaro behar diren adierazitako puntuak berriz egin dezaten bat. Horrez gain, kalkulatu gurpil bakoitzak zenbat bira eman dituen.



✓ Gurpil urdinak 8 hortz ditu, eta horiak 12.

Berrito bat egin arte igaro behar diren hortzen kopurua 8ren eta 12ren multiplo komunen txikiena da.

$$8=2^3 \quad 12=2^2 \cdot 3 \quad \text{m.k.t. } (8,12)=2^3 \cdot 3=24$$

Puntu gorriek bat egingo dute 24 hortz igarotakoan.

Gurpil urdinak egindako birak:  $24:8 = 3$  bira.

Gurpil horiak egindako birak:  $24:2 = 2$  bira.

3) Lepokoak egiteko, koloreetako aleak ditut: 120 ale urdin, 160 gorri eta 200 zuri. Ahalik eta lepoko handienak egin nahi ditut, bakoitza ale kopuru berdinarekin, bat ere soberan utzi gabe eta koloreak nahasi gabe. Zenbat ale erabili beharko ditut lepoko bakoitzean? Kolore bakoitzeko zenbat lepoko egin ahalko ditut?



✓ Ezin denez alerik soberan geratu, erabili behar dutan ale kopurua izango da 120, 160 eta 200 zenbakien zatitzaile bat. Eta ahalik eta lepoko handienak egin nahi ditudanez, z.k.h. izango da.

$$120=2^3 \cdot 3 \cdot 5 \quad 160=2^5 \cdot 5 \quad 200 = 2^3 \cdot 5^2$$

$$\text{z.k.h. } (120,160,200)=2^3 \cdot 5=40$$

40 ale erabiliko ditut lepoko bakoitzean

Egin ditzaket  $120:40=3$  lepoko urdin,

$160:40=4$  lepoko gorri,

$200:40=5$  lepoko zuri.

# Multiploak eta zatitzaileak



## Praktikatze

- 176 zenbakia, zatitu daiteke 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 41ekin?  
Zatigarritasun irizpideak aplikatu edo egizu zatiketa, hondarra zero den ikusteko.
  - 2 edo 5egatik zatigarria da, azken zifra horrela denean.
  - 3 edo 9gatik zatigarria da, horien zifren batura horrela denean.
- 198 zenbakia 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 41ekin zatitu daiteke?
- Idatzi 8ren lehenengo 10 multiploak.
- Idatzi 100 baino txikiagoak diren 12ren multiploak.
- 15000ren deskonposizio faktoriala honako hau da:  $2^3 \cdot 3 \cdot 5^4$ . Zenbat zatitzaile ditu?  
Berretzaile guztiei 1 gehituko diegu. Berretzaile berriak biderkatu, eta beste horrenbeste izango dira zatitzaileak.
- Zenbat zatitzaile ditu 810 zenbakiak?
- Topatu 6728ren zatitzaileak.  
 $6728 = 2^3 \cdot 29^2$   
Hasteko, kalkulatu zatitzaile kopurua.
- Aurkitu 147ren zatitzaileak.
- Ebatzi 247 zenbakia lehena den ala ez. Arrazoitu.  
247 zatitu dezaketen zenbaki lehen posibleak  $\sqrt{247}$  baino txikiagoak izango dira: 2, 3, 5, 7, 11, 13.
- Ebatzi 131 zenbakia lehena den ala ez. Arrazoitu.
- Kalkulatu honako zenbaki hauen multiplo komunetako txikiena:
  - a) 72, 60.
  - b) 150, 90

- c) 9, 24, 6
- d) 36, 15, 4

Komeni da, lehenengo eta behin, zenbaki horien deskonposizio faktoriala egitea.

- Kalkulatu honako zenbaki hauen zatitzaile komunetako handiena:
  - a) 72, 24
  - b) 56, 81
  - c) 84, 108, 36
  - d) 54, 60, 18

Komeni da, lehenengo eta behin, zenbaki horien deskonposizio faktoriala egitea.

### m.k.t. edo z.k.h.?

- Institutuko liburutegia egunero dago zabalik, jaiegunetan ere. Ana 4 egunik behin joaten da, eta Juan 6 egunik behin. Gaur bat egin badute, zenbat egun barru egingo dute bat berriro?
- Eiderrek eta Aitorrek 30 bola zuri, 27 urdin eta 42 gorri dituzte, eta ahalik eta ilara gehien osatu nahi dituzte guztiekin. Ilarek berdinak izan behar dute. Zenbat ilara osatu ahalko dituzte?
- Arotz batek ahalik eta zabalera handieneko karratuetan moztu nahi du zurezko xafla bat, 10dm luze eta 6dm zabal dena. Karratuen aldean luzerak, dm-tan neurtuta, zenbaki oso bat izan behar du. Zein izango da luzera hori?
- Erloju baten alarmak 9 minuturik behin jotzen du; beste batek 21 minuturik behin; eta hirugarren batek, 15 minuturik behin. Hirurek orain batera jo badute, zenbat denbora igaroko da berriro batera jo arte?

## Gehiago jakiteko



### Zenbat zenbaki lehen daude?

Lehenengo zenbaki arrunten artean, zenbaki lehen ugari daude; baina, zenbaki handiekin hasten garen heinean, gutxitzen doaz. Horrek eraman gaitzake pentsatzera ez dela egongo beste zenbaki lehenik zenbaki arrunt jakin batetik aurrera.

Egia izango ote da? Arrazoitu dezagun antzinako greziarrek bezala galdera horri erantzuteko:

Zenbaki lehenen kopurua mugatua balitz, guztiak biderkatu, eta  $m$  zenbakia lortuko genuke.

Jakina,  $m$  zenbakia konposatua izango litzateke; baina  $m+1$  hurrengo zenbakia ere bai? Edozein zenbaki lehenekin zatitzean, hondarra 1 izango litzateke; beraz,  $m$  ez litzateke aurreko ezein zenbakiren multiploa izango; hau da, lehena izango litzateke.

Beraz, beti lor dezakegu beste zenbaki lehen bat gehiago, eta, hala, ziurta dezakegu zenbaki lehenen multzoa mugagabea dela.

### Zein da ezagutzen den zenbaki lehenik handiena?

Gaur arte, 12.978.189 digitu dituen honako zenbaki hau da —noski, ezin ditugu zifra guztiak hemen idatzi—

$$2^{43112609} - 1 =$$

31647026933025592314...80022181166697152511

Kaliforniako Unibertsitatean aurkitu zuten 2008ko abuztuaren 23an, eta aurkitzaileak 100.000 dolarreko saria irabazi zuen, hain zuzen ere, Electronic Frontier Foundationek 10.000.000 digituko baino gehiagoko zenbaki lehena aurkitzen zuen lehenengoari eskainitakoa. Gaur egun 150.000 dolarreko sari bat dago 100.000.000 digituko baino gehiagoko zenbaki lehena aurkitzen duen lehenengoarentzat. Animo, beraz!



### Zer da zenbaki perfektu bat?

Zenbaki bat perfektua dela esaten da, zatitzaile guztien batura zenbakia bera bada (zatitzaileen batuketan ez da sartu behar zenbakia bera).

6ren zatitzaileak 1, 2, 3 eta 6 dira.

$1+2+3=6$ enez, perfektua da **6** zenbakia.

28ren zatitzaileak: 1, 2, 4, 7, 14, 28

$1+2+4+7+14=28$ enez, **28** ere perfektua da.

Hurrengo zenbaki perfektua **496** da. Ausartuko al zara hori horrela dela egiaztatzen? Ondoren, 8128, 33550336 eta 8589869056 daude: ohartu 6z edo 8z bukatzen direla.

Euklides-ek zenbaki perfektuak lortzeko formula aurkitu zuen:

$$6=2 \cdot 3=2^1 \cdot (2^2-1)$$

$$28=4 \cdot 7=2^2 \cdot (2^3-1)$$

$$496=16 \cdot 31=2^4 \cdot (2^5-1)$$

$$8128=64 \cdot 127=2^6 \cdot (2^7-1)$$

Kontuz! Aurrekoa ez da 2ren berretura guztietarako betetzen.  $2^n-1$  zenbaki lehena den kasuetan bakarrik betetzen da; *Mersenne*-ren zenbaki lehenetan, hain zuzen ere.

Honako zenbaki hau *Mersenne*-ren lehenetako bat da:

$$2^n-1$$

Marin Mersenne fraide frantziskotarraren omenez jarri zen izena; Mersennek, 1644an, enuntziatu zuen zenbaki horiek lehenak direla  $n$ -ren balio jakin batzuetarako.

# Multiploak eta zatitzaileak



## Gogora ezazua garrantzitsuen

- **Zenbaki jakin baten multiploak** zenbaki hori beste edozein zenbaki arruntekin biderkatzean lortzen direnak dira.

Adibidez: 7ren multiploak = {0, 7, 14, 21, 28, 35, 42... }

- **Zenbaki jakin baten zatitzaileak** zenbaki hori zatitu dezaketena dira; horien zatiketa zehatza da.

Zenbaki arrunt guztiak dira 0ren zatitzaileak.

Adibidez: 18ren zatitzaileak 6 dira  $Z(18) = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$

- 1 zenbakiak zatitzaile bakarra du: 1 bera.

**Zatiketa zehatza**  
hondarra 0 duena da; zatikizuna zatitzailearen multiploa da.

$48:8 = 6$  zatiketa zehatza da.

- 48 da 8ren *multiploa*
- 8 da 48ren *zatitzaile*



- **Zenbaki lehenak** zatitzaile bi baino ez dituztenak dira: 1a eta zenbakia bera.

Adibidez: zenbaki lehenak = {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23... }

- **Zenbaki konposatuak** bi zatitzaile baino gehiago dituztenak dira. Izen hori ematen zaie zenbaki lehenen berreketen arteko biderketa modura jarri daitezkeelako.

Adibidez: zenbaki konposatuak = {4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15...}

- **Zenbaki bat faktorialki deskonposatzea** zenbaki lehenen berreketen arteko biderketa modura adieraztea da. Adibidez:  $63 = 3^2 \cdot 7$

- **Hainbat zenbakiren arteko multiplo komunetako txikiena** haien guztien multiploa den zenbakirik txikiena da, 0 kontuan hartu gabe.

*Komunak eta ez-komunak diren faktoreak berretzaile handienara jaso, eta beren artean biderkatu.*

Adibidea:

$$54 = 2 \cdot 3^3$$

$$60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$\begin{aligned} \text{m.k.t.}(54, 60) &= \\ &= 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5 = 540 \end{aligned}$$

$$\text{z.k.h.}(54, 60) = 2 \cdot 3 = 6$$

- **Hainbat zenbakiren arteko zatitzaile komunetako handiena** haien guztien zatitzaile den zenbakirik handiena da.

*Faktore komunak hartu eta bakoitzaren berretzaile txikienera jaso, eta beren artean biderkatu.*

Bi zenbakiren zatitzaile komun bakarra 1 denean, zenbaki bi horiek elkarrekiko lehenak direla esaten da.

Adibidez 49 eta 24 elkarrekiko lehenak dira  $\text{z.k.h.}(49, 24) = 1$  baita.

## Autoebaluazioa



1. Idatzi 26ren hiru multiplo.
2. Idatzi 24ren lau zatitzaileak.
3. Adierazi honako zatiketa hauetako bakoitza zehatza den ala ez:
  - a)  $39 : 4$
  - b)  $23 : 9$
4. Zatigarritasun irizpideetan oinarrituz, adierazi 49755 zenbakia ematen diren zenbakien multiploa den ala ez.
  - a) 2
  - b) 3
  - c) 5
  - d) 11
5. Zenbat balio dezake 5etik aurrerako zenbaki lehenen azken zifrak?
6. Adierazi 61, 60 eta 65 zenbakiak lehenak edo konposatuak diren.
7. Deskonposatu 240 zenbakia faktore lehenetan.
8. Kalkulatu m.k.t.(45,75)
9. Adierazi 25 eta 28 zenbakiak elkarrekiko lehenak diren ala ez.
10. Kalkulatu z.k.h.(45, 75)

## Praktikatzeko ariketan erantzunak

- 2, 4 eta 8 zenbakien multiploa da 176.
- 2, 3, 4, 9 eta 11 zenbakien zatitzailea da 198.
- 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72, 80.  
Oa ere har dezakegu zenbaki guztien multiploa baita.
- 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96
- Faktore lehenetan deskonponatzean, berretzaileak: 3, 1, 4.  
Berretzaileei 1 gehitu, eta biderkatuko ditugu:  $4 \cdot 2 \cdot 5 = 40$  zatitzaile.
- $810 = 2 \cdot 3^4 \cdot 5$ ,  $2 \cdot 5 \cdot 2 = 20$  zatitzaile.
- $6728 = 2^3 \cdot 29^2$   
Zatitzaile kopurura  $4 \cdot 3 = 12$ . Marratuko ditugu 6 marra goian eta 6 behean.  
$$\begin{array}{r} \underline{1} \quad \underline{3} \quad \underline{9} \quad \underline{27} \quad \underline{29} \quad \underline{87} \\ 22707 \quad 7569 \quad 2523 \quad 841 \quad 783 \quad 261 \end{array}$$
Behin goikoak kalkulatu, 22707 zenbakia horiekin zatituko dugu, eta beheko balioak lortuko ditugu.
- $147 = 3 \cdot 7^2$   $2 \cdot 3 = 6$  zatitzaile  
$$\begin{array}{r} \underline{1} \quad \underline{3} \quad \underline{7} \\ 147 \quad 49 \quad 21 \end{array}$$
- 247 zenbakia 13rekin zatitu dezakegu; beraz, konposatua da.
- 131 ezin da 2, 5, 7, 11 zenbakiekin zatitu. Lehena da.
- a)  $72 = 2^3 \cdot 3^2$   $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$   
m.k.t.(72,60)=360  
b)  $150 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2$   $90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$   
m.k.t.(150, 90)=450  
c)  $9 = 3^2$   $24 = 2^3 \cdot 3$   $6 = 2 \cdot 3$   
m.k.t.(9, 24, 6) = 72  
d)  $36 = 2^2 \cdot 3^2$   $15 = 3 \cdot 5$   $4 = 2^2$   
m.k.t.(36,15,4)=180
- a)  $72 = 2^3 \cdot 3^2$   $24 = 2^3 \cdot 3$   
z.k.h.(72, 24)= 24  
b)  $56 = 2^3 \cdot 7$   $81 = 3^3$   
z.k.h.(56,81)=1, elkarrekiko lehenak.  
c)  $84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$   $108 = 2^2 \cdot 3^3$   $36 = 2^2 \cdot 3^2$   
z.k.h.(84,108,36)=12  
d)  $54 = 2 \cdot 3^3$   $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$   $18 = 2 \cdot 3^2$   
z.k.h.(54,60,18)=6
- Liburutegian berriro bat egiteko igaro behar diren egunen kopurua:  
m.k.t.(4, 6)= 12 egun.
- Egin ditzaketen errenkada kopurua:  
z.k.h.(30, 27, 42)= 3 errenkada.
- Aldearen luzera dm-tan:  
z.k.h.(10, 6)= 2 dm.
- m.k.t.(9, 21, 15)= 315 minutu igaro behar dira berriro batera jotzeko.

## AUTOEBALUAZIOAREN erantzunak

- Adibidez: 52, 78, 260
- 2, 3, 4, 6 (hauek ere: 8, 12, 1, 24)
- Bat ere ez.
- 3ren eta 5en multiploa da.
- 1, 3, 7 edo 9, edo 11, 13, 17, 19
- 61 lehena, 60 eta 65 konposatuak.
- $240 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5$
- 225
- Elkarrekiko lehenak dira.
- 15

Bidali jarduerak tutoreari ►